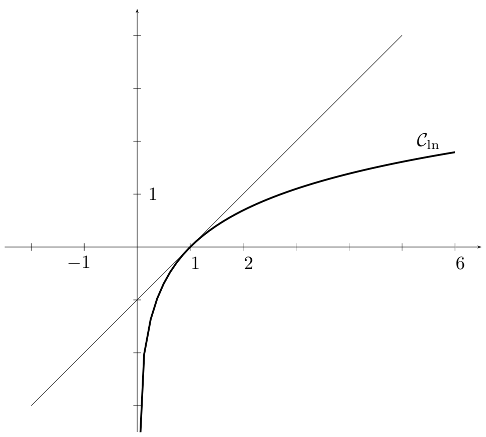
LOGARITHME NÉPÉRIEN

Ensemble de définition
La fonction logarithme népérien, notée $\ln$ est définie sur $]0;+\infty[$

Dérivée
La fonction $\ln$ est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on a :

$$\forall x \in]0;+\infty[\quad \ln'(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \ln x = \frac{1}{x}$$

x	0		$+\infty$
$\ln$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$



Valeurs particulières

x	1	2	e
$\ln x$	0	~ 0.69	1

Propriétés algébriques

$$\boxed{\forall x\, y \in \mathbb{R}^{+*} \quad \ln(xy) = \ln x + \ln y}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad \ln(x^n) = n \ln x$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \quad \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$$

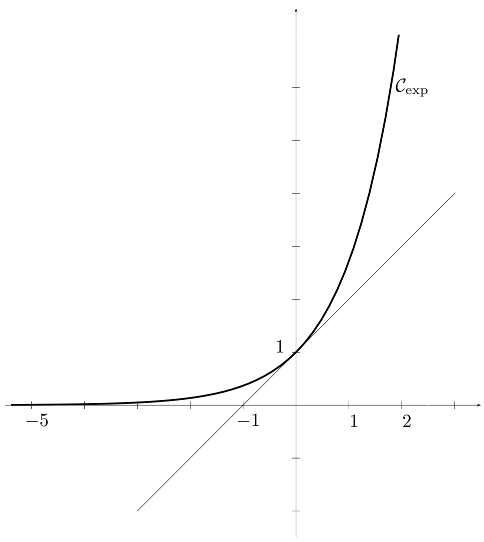
EXPONENTIELLE

Ensemble de définition
La fonction exponentielle, notée $\exp$ est définie sur $\mathbb{R}$

Dérivée
La fonction $\exp$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp'(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} e^x = e^x$$

x	$-\infty$		$+\infty$
$\exp$	0	$\nearrow$	$+\infty$



Exponentielle complexe
L'exponentielle se prolonge à $\mathbb{C}$ en entier :
pour tout $z = x + iy \quad (x \in \mathbb{R} \;\; y \in \mathbb{R})$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

Propriétés algébriques

$$\boxed{\forall x\, y \in \mathbb{C} \quad e^{x+y} = e^x \cdot e^y}$$

$$\forall x \in \mathbb{C} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad e^{nx} = (e^x)^n$$

$$\forall x \in \mathbb{C} \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$\ln$ et $\exp$ sont des **bijections réciproques** l'une de l'autre : $\mathbb{R}^{+*} \underset{\exp}{\overset{\ln}{\rightleftarrows}} \mathbb{R}$

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln e^x = x \qquad \forall x \in \mathbb{R}^{+*} \quad e^{\ln x} = x}$$