**Disciplina: Lógica e Conjuntos**
**Professor: Anderson Brasil**
**Período: 1/2020**

# 1 Tópicos selecionados sobre conjuntos

**Exercício 1.** Seja $A=\{1,\{2\},3,\{4\},\{5,6,7\},7\}$. Determine o que é verdadeiro e o que é falso:

a) $1\in A$;

b) $2\in A$;

c) $\{2\}\in A$;

d) $4\notin A$;

e) $\{5,6\}\subseteq A$;

f) $\{7\}\subseteq A$;

g) $\{1,3\}\subseteq A$;

h) $\{\{2\},\{4\}\}\subseteq A$;

**Exercício 2.** Escrever simbolicamente, de pelo menos duas formas distintas, cada um dos conjuntos:
a) conjunto dos números primos positivos, menores que 43;
b) conjunto dos números pares compreendidos entre 27 e 30;
c) conjunto dos números reais cuja quarta potência é 4;
d) conjunto dos números pares[1];
e) conjunto das raízes reais de $x^2=9$;
f) conjunto das raízes reais de $x^2=-1$;

**Exercício 3.** Identificar como falso ou verdadeiro:
a) $\{1,4,9,16,25,...\}=\{x\in\mathbb{N};\exists n\in\mathbb{N}^*\,|\,x=n^2\}$;
b) $\{3,7,11,15\}=\{x\in\mathbb{Z};x\geqslant 3 \text{ e } x\leqslant 15 \text{ e } \frac{x-3}{4}\in\mathbb{Z}\}$;
c) $\{2,4,6,8,10,...\}=\{n\in\mathbb{Z};\exists k\in\mathbb{Z} \text{ com } n=2k\}$;
d) $\mathbb{Q}=\left\{x\in\mathbb{R};\exists p,q\in\mathbb{N}^*|x=\frac{p}{q}\right\}$;

**Exercício 4.** Determinar todos os conjuntos:

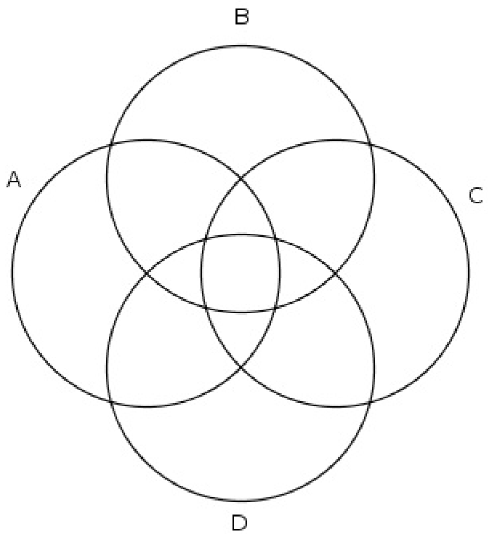
1. Não esqueça de incluir na lista os números pares negativos e o zero.

a) $\{x\in\mathbb{R};x\neq x\}$;
b) $\{x\in\mathbb{R};x=x\}$;
c) $\{x\in\mathbb{Q};|x|=x\}$;
d) $\{x\in\mathbb{R};\exists y\in\mathbb{R}_+|x=y^2\}$;
e) $\{x\in\mathbb{R};\exists y\in\mathbb{R}\,\text{com}\,x=y^2\}$;
f) $\{x\in\mathbb{R}_-;\exists y\in\mathbb{R}\,\text{com}\,x=y^2\}$;
g) $\left\{x\in\mathbb{R};\exists p,q\in\mathbb{Z}^*|x=\frac{p}{q}\right\}$;

**Exercício 5.** Se $A=\{n\in\mathbb{N};\exists x\in\mathbb{N}|n=4x\}$ e $B=\mathbb{R}_+$ identifique que elementos pertencem à $A\times B$:
a) $(8,-\sqrt{2})$;
b) $\left(3,\frac{1}{2}\right)$;
c) $(-4,17)$;
d) $(16,19)$;
e) $(1,0)$;
f) $(1000,-1)$;

**Exercício 6.** Desenhe o diagrama de Venn de três conjuntos $A$, $B$, $C$ no conjunto universo e marque $A\cap B$, $A\cup C$, $B^c$, $C-B$, $(A\cap B)\cup(A\cap C)$ e $(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

**Exercício 7.** O objetivo deste exemplo é ilustrar que diagramas de Venn não funcionam bem quando se trabalha com quatro ou mais conjuntos . Observe a figura abaixo que, aparentemente, parece ser um diagrama de Venn perfeitamente válido para os conjuntos $A,B,C$ e $D$. Mas aonde está o conjunto $(A\cap D)-(B\cup C)$?




**Exercício 8.** Se $A=\{x\in\mathbb{R}|0\leqslant x\leqslant 4\}$ e $B=\{x\in\mathbb{R}|1\leqslant x<3\}$ determine graficamente o conjunto $A-B$ e seguida descreva-o a partir de uma propriedade.

**Exercício 9.** Seja $A=\{x\in\mathbb{R};x^2\geqslant 1\}$, $B=\{x\in\mathbb{R};\exists m\in\mathbb{N},\exists n\in\mathbb{N}^*|x=\frac{m}{n}\}$, $C=\{x\in\mathbb{R};\exists q\in\mathbb{Q}|x^3=q\}$ e $D=\left\{\sqrt[3]{\frac{17}{3}},-\frac{1}{8},27,-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right\}$. Determine:

a) $A\cap D$;
b) $B\cap D$;
c) $C\cap D$.

**Exercício 10.** Sejam $A=\{x\in\mathbb{Q}|x^2\leqslant 3\}$, $B=\left\{-3,\sqrt[2]{\frac{1}{2}},1,2,\sqrt[2]{3},-1\right\}$ e $C=\{x\in\mathbb{Q};\exists y\in\mathbb{R}|x=y^2\}$ e $D=\{\sqrt{3},\frac{9}{5},-\frac{1}{4},\frac{4}{7},\frac{50}{6},\frac{16}{3}\}$ e $E=\left\{y\in\mathbb{R};\exists p,q\in\mathbb{N}^*|y=\frac{p^2}{q}\right\}$. Determine:

a) $A\cap B$;
b) $A\cap C$;
c) $B\cap C$;
d) $D\cap E$;
e) $C\cap E$;
f) $B\cap E$;

**Exercício 11.** Sejam $A=\left\{\frac{1}{2},\ \sqrt[4]{\frac{1}{2}},\ \{0,\ \{1\}\},\ \left\{2,\ 4\right\},\ 8\right\}$, $B=\left\{0,\ \frac{1}{2},\ \{2,\ 4\},\ \{8\}\right\}$, $C=\left\{x\in\mathbb{R};\right.$ $\left.\exists y\in\mathbb{Q}|x^2=y\right\}$ e $D=\{x\in\mathbb{R};3x^4>1\}$. Determine:

a) $A\cap B$;
b) $A\cap C$;
c) $A\cap D$;

**Exercício 12.** É comum se utilizar a notação $\{f(\lambda),\ \lambda\in\Lambda\}$ para designar $\{x;\ \exists\lambda\in\Lambda|f(\lambda)=x\}$ (considerando-se o conjunto universo subentendido pela situação e que, neste curso, geralmente será $\mathbb{R}$). Por exemplo, o conjunto dos inteiros pares pode ser denotado por $\{2n,n\in\mathbb{Z}\}$. Se $A=\{\frac{1}{n},n\in\mathbb{N}^*\}$, $B=\{\frac{1}{n^2},n\in\mathbb{Q}^*\}$, $C=\{9x^2+27x-5,x\in\mathbb{Q}\}$ e seja ainda $D=\{\frac{1}{7},\sqrt{2},\frac{1}{9},\frac{1}{2},17,-4\}$. Achar

a) $A\cap D$;
b) $B\cap D$;
c) $C\cap D$;
d) $A\cap B$.

**Soluções:** 1) a)V; b) F; c) V; d) V; e) F; f) V; g) V; h) V; 3) a)V; b) V; c) F; d) F; 4) a) $\varnothing$; b) $\mathbb{R}$; c) $\mathbb{Q}_+$; d) $\mathbb{R}_+$; e) $\mathbb{R}_+$; f) $\{0\}$; g) $\mathbb{Q}^*$; 5) Somente d; 8) $\{x\in\mathbb{R};\ 0\leqslant x<1 \text{ ou } 3\leqslant x\leqslant 4\}$; 9) a) $\left\{\sqrt[3]{\frac{17}{3}},\ 27\right\}$; b) $\{27\}$; c) $\left\{\sqrt[3]{\frac{17}{3}},-\frac{1}{8},27,-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right\}$; 10) a) $\{-1,1\}$; b) $\{x\in\mathbb{Q}_+;x^2\leqslant 3\}$; c) $\{1,2\}$; d) $\left\{\frac{9}{5},\frac{4}{7},\frac{50}{6},\frac{16}{3}\right\}$; e) $E$; f) $\{1,2\}$; 11) a) $\left\{\frac{1}{2},\left\{2,4\right\}\right\}$; b) $\left\{\frac{1}{2},8\right\}$; c) $\left\{\sqrt[4]{\frac{1}{2}},8\right\}$; 12) a) $\left\{\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{2}\right\}$; b) $\left\{\frac{1}{9}\right\}$; c) $\{17\}$; d) $B$.