

Disciplina: Fundamentos da Matemática

Professor: Anderson Brasil

Turma: Licenciatura em Matemática

Nome: _____

Avaliação de 16/09/2026 (simulação para auto-avaliação)

Esta avaliação vale dez pontos, e terá a duração de 120 minutos. Nada a respeito de números pares, além de sua definição, deverá ser admitido como previamente conhecido e utilizado sem demonstração.

1) [1,0 pt] Prove que $a^8 + 7a^4 + 2 > 4a^2(a^4 + 1)$, $\forall a \in \mathbb{R}$. DICA: Comece escrevendo que $(a^2 - 1)^4 \geq 0$.

2) [1,0 pt] Um número real x é dito *ridículo* quando $x^4 \leq 2 + x^2$.
Mostre *rigorosamente* que $\sqrt{2}$ é ridículo.

3) [1,0 pt] O número 0 é um número par? Justifique *rigorosamente*, a partir da definição algébrica que adotamos.

4) [1,0 pt] Seja n um número natural. Um número real α é dito um *grampeador na base n* quando existe algum número natural m tal que $e^m = \alpha^n$. Prove *rigorosamente* que $\sqrt{e}$ é um *grampeador na base 4*.

5) [1,0 pt] Um número $x \in \mathbb{R}$ é dito um *pardal* quando

$$\exists a, b \in \mathbb{Q}_+^* | x = a + \sqrt{b}.$$

Prove *rigorosamente* que 3 é um pardal.

6) [1,0 pt] Um número $x \in \mathbb{R}$ é dito um *semipardal* quando

$$\exists a, b \in \mathbb{Q}_+^* | x = \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

Prove *rigorosamente* que $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ é um semipardal.

7) [1,0 pt] Dizemos que dois números reais x e y formam um *par 2-algébrico* quando existirem polinômios reais p e q , ambos não constantes e de coeficientes inteiros, tais que $p(x) + q(y) = 0$. Prove *rigorosamente* que 0 e 2 formam um par 2-algébrico.

8) [1,0 pt] Utilize diretamente a definição de números pares para provar *rigorosamente* que se a, b e c são números pares, então $a + b - c$ é um número par.

9) [1,0 pt] Utilize diretamente a definição de números pares para provar *rigorosamente* que se n é um número par, então $\frac{(n+6)^2}{2}$ é um número par.

10) [1,0 pt] Escreva a área do quadrado BCDE (figura 1) de duas formas diferentes para fazer uma segunda demonstração para o teorema de Pitágoras. OBS: Por simplicidade, não será exigido aqui que se justifique que os triângulos são congruentes ou que as figuras que parecem quadrados são efetivamente quadrados. Assuma que tudo é o que parece ser.

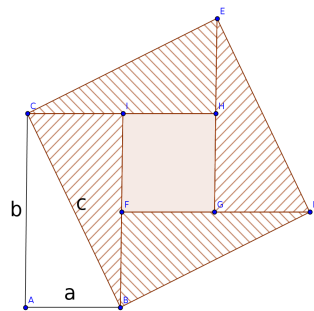


Figura 1.

